

Série de TD OFDM

Exercice 1 :

a- Montrer que la séquence x_n , définie par :

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi nk/N}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

correspond aux échantillons, à la fréquence de Nyquist, de la somme, $x(t)$, de $\tilde{N} = N/2$ sous-porteuses modulées en QAM, donnée par :

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi kt/T}, \quad 0 \leq t \leq T$$

Les fréquences des sous-porteuses sont : $F_k = k/T, k = 0, 1, \dots, \tilde{N}$.

b- Montrer qu'en prenant :

$X_k = C_k, X_{N-k} = C_k^*, k = 1, \dots, \tilde{N} - 1, X_0 = Re(C_0), X_{\tilde{N}} = Im(X_0), x_n$ est réel et correspond à la représentation discrète de la somme de \tilde{N} symboles, C_k , modulés en QAM.

c- Indiquer comment on peut calculer x_n efficacement.

d- Montrer comment on peut démoduler à partir de la séquence $\{x_n, 0 \leq n \leq N-1\}$.

Exercice 2 :

Deux stratégies peuvent être adoptées lors de l'insertion du préfixe cyclique dans l'OFDM : garder la même fréquence d'échantillonnage et dans ce cas la durée de transmission d'un symbole augmente, ou bien augmenter la fréquence d'échantillonnage pour garder la même durée de transmission d'un symbole.

Evaluer les deux stratégies, en termes de :

- Débit utile.
- Bande passante.
- Energie (Puissance) d'un symbole OFDM (avec préfixe).

On suppose que $E[\{Re(X_k)\}^2] = E[\{Im(X_k)\}^2]$, où X_k représente le $k^{\text{ième}}$ symbole d'information. On démontre alors que l'énergie moyenne d'un symbole temporel $E[x_n^2] = E_s =$ constante (ne dépend pas de n).

On rappelle que l'échantillon temporel à l'instant n s'écrit :

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} (Re(X_k) + j \cdot Im(X_k)) \exp(j2\pi nk/N), \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

Exercice 3 :

Les paramètres principaux de la norme WIFI 802.11a/g sont donnés ci-après :

Appendix : =>

The 802.11a/g
modem parameters

Table 2.3 Main Parameters of the OFDM Standard

Data rate	6, 9, 12, 18, 24, 36, 48, 54 Mbps
Modulation	BPSK, QPSK, 16-QAM, 64-QAM
Coding rate	1/2, 2/3, 3/4
Number of SCs	52
Number of pilots	4
OFDM symbol duration	4 μ s
Guard interval	800 ns
SC spacing	312.5 kHz
-3-dB bandwidth	16.56 MHz
Channel spacing	20 MHz

- Trouvez la relation entre l'espacement fréquentiel (SC spacing) et la durée d'un symbole OFDM.
- En se basant sur le nombre de sous-porteuses non nulles (52), quelle est la taille, N , de la FFT, la plus plausible ?
- Comparez l'espacement canal (20 MHz) à la bande potentielle totale correspondant à l'utilisation des N sous-porteuses.
- Si l'on suppose qu'une modulation QAM-16 est utilisée et en considérant que 48 sous-porteuses seulement sont utilisées pour transmettre les données (information) quel est :
 - Le débit après codage du canal.
 - Le débit d'information (avant codage du canal), en supposant qu'un codage du canal de rendement $\frac{3}{4}$ est utilisé.

Exercice 4 :

Soit un système Multi-Porteuses avec $T_N = 0.1$ ms, qui fonctionne avec $N = 256$ et qui utilise un filtre de mise en forme en bande de base en cosinus surélevé avec un facteur d'atténuation (Roll-Off factor) $\beta = 0.27$. Comparer les bandes occupées quand les canaux ne sont pas superposés et quand ils le sont.