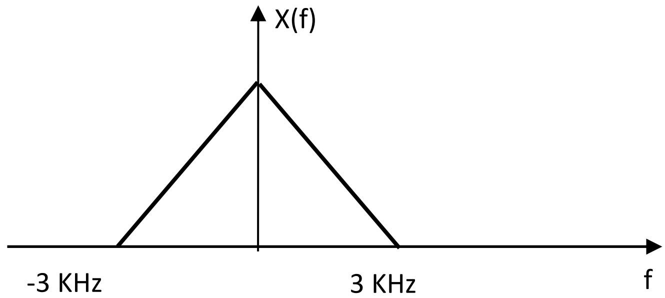
Exercice N° 1

- Le signal $x_e(t)$ obtenu par échantillonnage du signal *x(t)* peut s'écrire dans le domaine temporel comme suit:

$x_e(t) = x(t)\ \Gamma_T$ où $\Gamma_T = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ représente le peigne de Dirac.

1. Donner la représentation fréquentielle $X_e(f)$ de $x_e(t)$.

- On considère le signal *x(t)* ayant comme spectre *X(f)* celui représentée à la figure suivante :



2. Tracer *Xe(f)* pour les fréquences d'échantillonnage *F=1/T = 5 KHz et 7 KHz.*
3. Discuter la possibilité de récupérer *x(t)* à partir de $x_e(t)$ pour chacune de ces deux fréquences et montrer comment peut-on le faire quand cela est possible.

Exercice N° 2

Soit le signal *x(t)* défini par : $x(t) = \begin{cases} e^{-at} & t \geq 0 \quad a > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$

1. Déterminer la transformée de Fourier *X(f)* du signal *x(t)*. Tracer |*X(f)*|. Que peut-on dire de sa bande spectrale ?

2. Le signal *x(t)* est-il échantillonnable en théorie ? Justifier votre réponse.
Peut-on l'échantillonner en pratique ? Justifier votre réponse.

3. Dans la pratique, avant d'échantillonner un signal analogique on doit le filtrer par un filtre Passe bas de fréquence de coupure F_c. De quel filtre s'agit-il ? Quel est son rôle ?
En considérant le spectre comme négligeable pour une atténuation minimale de *40 dB* par rapport à sa valeur maximale, calculer la fréquence de coupure F_c et dimensionner la fréquence d'échantillonnage à utiliser F_e.

4. Donner l'expression de la transformée de Fourier à temps discret d'un signal *x(t)* échantillonné à la fréquence F_e. On la notera *Xe(f).*

5. Déterminer $X_e(f)$ pour le signal défini ci-dessus. Vérifier qu'elle est périodique de période F_e. La comparer à *X(f)*.

Exercice N° 3

Un signal sinusoïdal de fréquence $f_0 = 1500$ Hz, $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$.

1. Quel est son spectre ?
2. Quelle est la fréquence d'échantillonnage minimale qui évite le repliement de spectre ?

3. Expliquez pourquoi lorsqu'on l'échantillonne à 2000 Hz et qu'on l'envoie sur une carte son, on le perçoit alors comme ayant une fréquence de 500 Hz. Illustrerez votre explication par des figures.
4. Le signal sinusoïdal $y(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \cos(2\pi f_1 t)$ avec $f_0 = 1500Hz$, $f_1 = 2kHz$ est échantillonné à la fréquence *Fe*. Quelle est la fréquence d'échantillonnage minimale qui évite le repliement du spectre ?

<u>Exercice N°4</u>

Soit le signal $y(t) = x(t) * \delta_T(t)$, où $\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$ est le peigne de Dirac.

1. Exprimer *y(t)* en fonction de *x(t)*.
2. Calculer *Y(f) = TF[y(t)]* en fonction de *X(f) =TF[x(t)]*. En déduire que :
   $\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} x(t - nT) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} X(\frac{n}{T}) e^{\frac{j2\pi nt}{T}}$
3. Appliquer cette formule à $x(t) = \delta(t)$. Conclusion.
4. Déduire de cette formule que si x(t) est à bande limitée dans *[-B,+B]* et si *T=1/(2B)*, alors : $\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} x(t - nT) = constante$

<u>Exercice N°5 :</u> (Filtre Antirepliement) :

Soit *x(t)* un signal analogique de spectre *X(f)* limtée par f_{max} :

Par échantillonnage idéal on lui fait correspondre le signal échantillonné $x_e(t)$ *défini* par ses échantillons $x(nT_e)$ où T_e est la période d'échantillonnage.

Souvent le signal d'entrée *x(t)* est entaché de perturbations appelées bruit, ainsi le signal résultant possède des composantes fréquentielles supérieures à f_{max}.

Ces composantes entraînent des erreurs dues aux phénomènes de repliement. L'effet de ces parasites peut être atténué précédant l'échantillonneur d'un filtre du type passe bas (Filtre d'Anti-repliement). Ce dernier doit atténuer d'au moins *AdB* la première fréquence repliée sans cependant atténuer trop la fréquence maximale, afin que l'influence des fréquences repliées soit inférieure à *A%* *(AdB= 20 Log(A))*.Ces considérations sont utiles pour le choix de l'ordre et fréquence de coupure fc du filtre.

On se propose de réaliser un filtre ***FAR*** permettant une atténuation minimale de *40 dB* pour la première fréquence repliée et une atténuation maximale de *1dB* pour f_{max}.

On choisit un filtre de Butterworth dont le module de la fonction de transfert est :

$H(f) = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^{2n}}}$ où *n* est l'ordre du filtre et f_c sa fréquence de coupure .

- Calculer *n* et f_c si $f_{max}=3Khz$ et $F_e=8.33Khz$.