

Fiche de TD N° 1 - Analyse combinatoire

Exercice 1

1. Une étagère contient 25 livres appartenant à 3 collections différentes, une de 10, une de 8, une de 7 livres. Vus de loin, les ouvrages d'une même collection sont indiscernables. Quel est le nombre d'aspects différents que peut prendre l'étagère vu de loin ?
2. Un groupe de médecins composés de 80 hommes et de 60 femmes doit désigner 10 de ses membres pour être de garde ce soir. Si la désignation se fait au hasard, combien de cas possibles peut-on former une équipe de garde ?
3. a/ Combien de nombres de 4 chiffres peut-on écrire avec les 6 chiffres : 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?
b/ Même questions si les nombres de 4 chiffres doivent avoir leurs 4 chiffres distincts ?

Exercice 2

1) Développer, à l'aide de la formule du binôme, les expressions suivantes, où a est un nombre réel quelconque :

a) $E = (a + 1)^4$; b) $E = (a - 3)^5$

2) Montrez que, pour tous les nombres entiers naturels n et p tels que $P \leq n$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^{p+1} + C_n^p$

Exercice 3

On tire successivement trois cartes d'un jeu de 32 cartes. Combien y a-t-il de tirages possibles si les tirages ont lieu :

a) avec remise (c'est-à-dire qu'on tire une carte, on note le résultat, on la remet dans le paquet, on mélange les cartes et on recommence...)

b) sans remise (on tire une carte, mais on ne la remet pas dans le paquet avant de tirer la seconde)

Exercice 4

- 1) Dans un lot de 20 pièces fabriquées, on en prélève simultanément quatre, combien de prélèvements différents peut-on ainsi obtenir ?
- 2) On suppose alors que, sur les vingt pièces, quatre sont mauvaises. Quel est le nombre de prélèvements où :
A. les quatre pièces sont bonnes ?

- B. au moins une pièce est mauvaise ?
- C. une pièce et une seule est mauvaise ?
- D. deux pièces au moins sont mauvaises ?

Exercice 5

Au service des ressources humaines d'une grande entreprise, une étude statistique a montré que : sur 1000 personnes postulant pour un emploi, 8% parlent l'anglais couramment ; parmi celles qui parlent l'anglais couramment 15% ont de solides notions d'informatique ; parmi celles qui ne parlent pas l'anglais couramment 5 % ont de solides notions d'informatique.

Déterminer, dans un tel groupe de 1000 demandeurs d'emploi, le nombre de personnes :

- a) possédant simultanément les deux compétences ;
- b) possédant de solides notions d'informatique sans parler couramment l'anglais ;
- c) ne parlant pas couramment l'anglais et ne possédant pas de solides notions d'informatique ;
- d) ne présentant aucune des deux compétences.

Exercice 6

Dans tout l'exercice, on suppose qu'il n'y a pas de répétition.

- 1. combien de nombre de 4 chiffres peut-on former à l'aide de 7 chiffres : 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ?
- 2. combien de ces nombres sont inférieurs à 5000 ?
- 3. combien sont paires ?
- 4. combien sont impaires ?
- 5. combien sont multiples de 5 ?

Exercice 7

Une classe de 25 étudiants dont 15 garçons et 10 filles.

Pour des travaux pratiques on choisit des sous groupes de 5 étudiants :

- 1. combien de sous groupes différents peut-on former ?
- 2. combien de sous groupes contenant 3 garçons et 2 filles seulement peut-on former ?

Exercice 8

Soit un lot de 7 pièces dont 4 sont bonnes et 3 défectueuses

- 1. combien d'échantillons de 3 pièces peut-on réaliser ?
- 2. combien parmi ces échantillons contiennent 3 bonnes pièces ?
- 3. combien au moins contiennent une pièce bonne ?

Bon courage