Application :

Soit un vecteur champ $\vec{E}(M,t)= Eoe^{j(\omega t-kz)}\vec{j}$ d'amplitude Eo=100V/m se propageant à f=3Mhz dans le vide.

1. Déterminer l'équation de propagation d'onde dans ce milieu ?
2. déterminer la constante de propagation k ?
3. Déterminer le champ $\vec{H}(M,t)$
4. Montrer que cette onde est plane dans le vide ?
5. Calculer la vitesse de propagation v ?

Solution :

1. $\overrightarrow{RotE}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -j\omega\mu o\vec{H}$ et $\overrightarrow{RotRotE}= -j\omega\mu o\overrightarrow{RotH}$

or $\overrightarrow{RotH}=\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \sigma\vec{E} + j\omega\varepsilon o\vec{E}$ et $\overrightarrow{RotRotE}= \overrightarrow{grad}Div\vec{E} - \Delta\vec{E} = -\Delta\vec{E}$ car $div\vec{E} = 0$

et σ=0 d'où l'équation d'onde : $\Delta E + \omega^2(\mu o\varepsilon o) = 0$

2. $\vec{\Delta} E=\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -k^2E$

Donc $\Delta E + k^2E = 0$ et $k=\omega\sqrt{\mu o\varepsilon o}$

3. $\overrightarrow{RotE} =(\frac{\partial Ez}{\partial y} - \frac{\partial Ey}{\partial z})\vec{i} + (\frac{\partial Ex}{\partial z} - \frac{\partial Ez}{\partial x})\vec{j} + (\frac{\partial Ey}{\partial x} - \frac{\partial Ex}{\partial y})\vec{k} = \frac{\partial Ex}{\partial z}\vec{j} = -jkE\,.\,\vec{j}$

avec $\overrightarrow{RotE}=-j\omega\mu o\vec{H}$ on aura $\vec{H} = (k / \omega\mu o)E = (k/\omega\mu o)Eoe^{j(\omega t-kz)}\vec{j}$

4. Cette onde est plane dans le vide car :
   - $\vec{E}$ et $\vec{H}$ ont la même phase $(\omega t - kz)$
   - $Eo/Ho =\omega\mu o/k = \sqrt{\mu o/\varepsilon o} =377\Omega=Zo$ impédance du vide
   - $\vec{E}x\perp\vec{H}y\perp\vec{k}$ (direction de propagation suivant l'axe Oz)
5. Avec $k=\omega/v$ on tire la vitesse de propagation $v=1/\sqrt{\mu o\varepsilon o}=3.10^8$m/s =c