Chapitre 6

Filtrage numérique

Introduction :

On définit un filtre comme un système qui permet de modifier les caractéristiques fréquentielles du signal d'entrée.

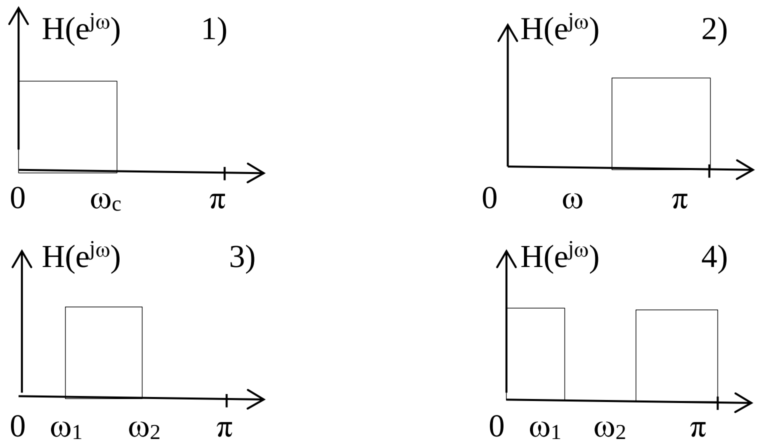
Les filtres sont très utilisés dans le traitement du signal. Donnons quelques exemples :

- Filtres anti repliement
- Filtres réducteurs de bruit

Spécifications d'un filtre numérique :

Il existe 4 sortes de filtres :

- Filtre passe bas (laisse passer les basses fréquences et éliminent les hautes fréquences)
- Filtre passe haut (élimine les basses fréquences et laisse passer les hautes fréquences)
- Filtre passe bande (laisse passer une bande de fréquences)
- Filtre coupe bande (élimine une bande de fréquences)



La figure ci-dessus représente en

1) un filtre **Passe-Bas** (PB), ce type de filtre ne laisse passer que les basses fréquences de 0 à ω_c et élimine les hautes fréquences de ω_c à π.

2) un filtre **Passe-Haut** (PH), ce type de filtre ne laisse passer que les hautes fréquences et élimine les basses fréquences
3) un filtre **Passe-Bande** (PBande), ce type de filtre ne laisse passer que les fréquences comprises entre ω_1 et ω_2 et élimine les autres fréquences.
4) un filtre **Coupe-Bande** (CB), ce type de filtre élimine les fréquences comprises entre ω_1 et ω_2 et laisse passer les autres fréquences.

Les quatre filtres que nous venons de représenter sont *idéalisés*, en d'autres termes c'est des filtres qui ne peuvent pas exister en réalité (on montre que leur réponse impulsionnelle est définie non nulle de $-\infty$ à $+\infty$ et donc ces filtres ne sont pas causaux).

On appelle par :

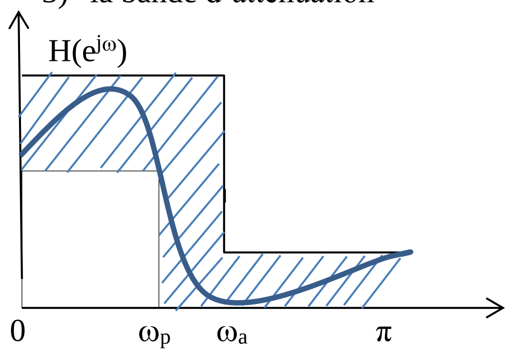
- *bande passante* la région où le filtre laisse passer les fréquences
- bande de réjection (ou d'atténuation ou réduction), la région où le filtre ne laisse pas passer les fréquences

On montre que les filtres réalisables ne permettent pas d'*éliminer* mais permettent seulement de réduire les composantes fréquentielles d'un signal. On doit donc obligatoirement tolérer une erreur dans chaque bande d'un filtre. C'est pour cela, avant de concevoir un filtre, il faut obligatoirement définir le gabarit qui contient les spécifications.

Gabarit d'un filtre :

On étudie l'exemple d'un filtre passe-bas. Contrairement au filtre idéal qui contient 2 bandes, le filtre passe bas réel contient 3 bandes :

1) la bande passante (qui laisse passer les fréquences) $0 \leq \omega \leq \omega_p$
2) la bande de transition $\omega_p \leq \omega \leq \omega_a$
3) la bande d'atténuation $\omega_a \leq \omega \leq \pi$



Le filtre ainsi obtenu doit « rentrer » dans le gabarit (la zone hachurée représentée dans la figure ci-dessus).

Principales caractéristiques d'un filtre RII :

Ce type de filtre présente l'avantage de pouvoir posséder une bande d'atténuation étroite. Cependant, il peut être instable. Il faut donc à chaque fois étudier la position de ses pôles (ils doivent tous être à l'intérieur du cercle unité).

Principales caractéristiques d'un filtre RIF :

Avantages :

- ils sont toujours stables
- ils peuvent avoir une phase exactement linéaire
- implantation plus facile

Inconvénients :

- Pour un même nombre de coefficients, la bande de transition d'un filtre RIF est plus grande que celle d'un filtre RII

Structure des filtres RIF :

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N} b_i . x(n-i)$$

$$y(n) = b_0 . x(n) + b_1 . x(n-1) + b_2 . x(n-2) + \ \dots + b_N . x(n-N)$$

Son implantation peut se faire sous deux structures : la structure directe (voir figure 1) et la structure transposée (voir figure 2).

Complexité d'implantation des filtres RIF :

Un filtre RIF nécessite :

- N+1 multiplications
- N additions pour chaque nouvel échantillon à filtrer

Structure des filtres RII :

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = N(z) . \frac{1}{D(z)} = \left[\sum_{k=0}^{M} b_i . z^{-i} \right] . \frac{1}{\left[\sum_{i=0}^{N} a_i . z^{-i} \right]}$$

$$y(n) = \sum_{l=0}^{N} b_l . x(n-l) - \sum_{k=1}^{M} a_k . y(n-k)$$

L'implantation peut se faire sous plusieurs structures, les plus utilisées sont la structure cascade (figure 3) et la structure directe (figure 4).

L'implantation d'un filtre RII nécessite :

- 2N+1 multiplications
- 2N additions pour chaque échantillon à filtrer